习题五

1. 设正交,且,求和

2.试把下列向量组施密特正交化,然后再单位化

(1)(2)

3.下列矩阵是不是正交矩阵？ 并说明理由：

(1);(2)

4.(1)设为维向量,,令,证明是对称的正交矩阵

(2)设都是正交矩阵，证明也是正交矩阵

5.设为两两正交的单位向量组，证明也是两两相交的单位向量组

6.求下列矩阵的特征值和特征向量

(1)(2)(3)

7.设为阶矩阵,证明与的特征值相同.

8.设阶矩阵满足 ,证明有公共的特征值和公共的特征向量

9.设,证明的特征值只能取1或2.

10.设为正交矩阵，且，证明是的特征值.

11.设是阶矩阵的特征值，证明也是阶矩阵的特征值

12.已知3阶矩阵的特征值为1,2,3，求

13.已知3阶矩阵的特征值为1,2,-3，求

14.设为阶矩阵，且可逆，证明与相似

15.设矩阵可相似对角化，求

16.已知是矩阵的一个特征向量

(1)求参数及参数向量所对应的特征值

(2)问能不能相似对角化?并说明理由

17.设,求

18. 在某国，每年有比例为的农村居民移居城镇，有比例为的城镇居民移居农村.假设该国总人口数不变，且上述人口迁移的规律也不变. 把年后农村人口和城镇人口占总人口的比例依次记为和

(1)求关系式中的矩阵

(2)设目前农村人口与城镇人口相等，即，求

19. 试求一个正交的相似变换矩阵，将下列对称矩阵化为对角矩阵：

(1)(2)

20.设矩阵与相似,求;并求一个正交矩阵，使

21.设3阶矩阵的特性值,对应的特征向量依次为

求

22.设3阶矩阵的特性值,对应的特征向量依次为

求

23.设3阶矩阵的特性值,特征值对应的特征向量为,求

24.设,

(1)证明是的重特征值;

(2)求的非零特征值及个线性无关的特征向量

25.(1)设，求;

(2)设，求;

26.用矩阵记号表示下列二次型：

(1)

(2)

(3)

27.写出下列二次型的矩阵：

(1) (2) )

28.求一个正交变换化下列二次型成标准形：

(1) (2)

29.求一个正交变换把二次曲面的方程

化成标准方程

30.证明:二次型在时的最大值为矩阵的最大特征值

31.用配方法化下列二次型成规范形，并写出所用变换的矩阵;

(1);

(2);

(3);

32.设为正定二次型，求

33.判定下列二次型的正定型

(1)

(2)

34.证明对称矩阵为正定的充分必要条件是:存在可逆矩阵,使,即与单位矩阵合同